Grado M+I
Curso 2014-2015

Matemática Aplicada
ETSII-UPM

Cálculo I
Primer Parcial
10 de octubre de 2014

APELLIDOS:	Nota: /10
NOMBRE:	

Parte 1. Teoría (2 puntos)

Ejercicio 1. *(2 puntos)*

1. *(1 punto)* Enunciado del "Principio del supremo en $\mathbb{R}$" y del "Principio de los intervalos encajados". Nota: /1
2. *(1 punto)* En cada una de las siguientes intersecciones infinitas, halla el conjunto y razona si se puede aplicar o no el "Principio de los intervalos encajados". Nota: /1

$$i) \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[-\frac{5^n}{9^n}, \frac{1}{3^n}\right] \qquad ii) \bigcap_{n=1}^{\infty} (0, \frac{1}{2^n})$$

Parte 2. problemas (6 puntos)

Ejercicio 2. *(1 punto)* Calcula y representa el conjunto de números reales que verifican la siguiente desigualdad Nota: /1

$$0 < |x^2 - 3x + 1| \leq 1$$

Ejercicio 3. *(2 punto)* Representa los siguientes conjuntos y estudia si están acotados inferior o superiormente, encuentra cotas y el supremo y el ínfimo, en el caso de que existan. Nota: /2

$$A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 < 4\} \qquad B = \{5 + \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}\}$$

	representación	cota sup	cota inf	Máx	mín	Sup	Inf
A							
B							

Ejercicio 4. *(1 punto)* Sean los números complejos $z = 1 - i$ y $w = 1 + \sqrt{3}i$. Nota: /1

1. Representa dichos números y calcula $z + w$ y $\overline{z}$.
2. Calcula zw en forma binómica.
3. Calcula el módulo y argumento de z y w.
4. Calcula zw y $\frac{z}{w}$ en forma polar.

Ejercicio 5. (2 puntos) Calcula los siguientes límites: Nota: /2

$$\text{i)} \quad \lim_{n\to\infty} 3n(\sqrt{n^4 + n + 1} - n^2) \qquad \text{ii)} \quad \lim_{n\to\infty} \left(\frac{(n+1)^2}{(n-1)^2}\right)^n$$

Parte 3. Cuestiones (2 puntos)

Ejercicio 6. Decide si las siguientes proposiciones son ciertas. Razona la respuesta si es verdadera o busca un contraejemplo si no lo es. Nota: /2

1. (*0.5 puntos*) Sea $a_n = \frac{1}{n}$, entonces $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. ☐ Si ☐ No

2. (*0.5 puntos*) Sea $n \in \mathbb{N}$ un número impar, entonces n^3 es impar. ☐ Si ☐ No

3. (*0.5 puntos*) Los números complejos z que verifican la ecuación

$$|z - i| = |z + i|,$$

son los números reales. ☐ Si ☐ No

4. (*0.5 puntos*) Sea $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ una sucesión tal que $\lim_{n\to\infty} a_n = 3$, entonces existe un $N \in \mathbb{N}$ tal que $a_n \geq 3$ para todo $n \in \mathbb{N}$. ☐ Si ☐ No